Examen de admisión - Electromagnetismo
FCFM, UNACH

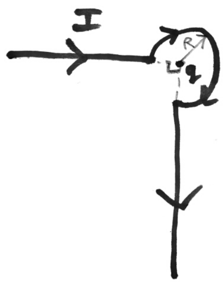
Instrucciones:
El examen se califica sobre 10, cada problema tiene el mismo valor. Se dispone de dos horas para resolver los cuatro problemas.

Martes 29 Agosto, 2017

1. Considera una esfera conductora de radio R y carga Q.
   (a) Explica la ley de Gauss.
   (b) Calcula el campo eléctrico adentro y afuera de la esfera.
   (c) Encuentra la presión, P, debida a las fuerzas eléctricas en la supeficie de la esfera.

2. (a) Considera la fig. 1, que muestra un alambre por el que circula la corriente I. Calcula el campo magnético en el punto p.

   (b) Considera la fig. 2, que muestra otro alambre por el que circula la corriente I. Calcula el campo magnético en el punto q.



3. En el espacio hay un potencial eléctrico esféricamente simétrico $\phi(r) = \phi_0 e^{-\alpha r}$, donde ϕ_0 y α son constantes.
   (a) Encuentra el campo eléctrico $\vec{E}$ en todo el espacio.
   (b) Encuentra la densidad volumétrica de carga ρ en todo el espacio.

4. Dadas n cargas que pueden ser diferentes $q_1, q_2, \ldots, q_n$ en los posiciones $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_n$, calcula la energía potencial eléctrica del sistema, U.
   Pista: Puede ser útil imaginar que las cargas se traen una por una desde el infinto hasta sus posiciones actuales.

   El operador de Laplace actuando en una función f en coordenadas esféricas puede ser de utilidad:

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta \frac{\partial f}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial\varphi^2}$$

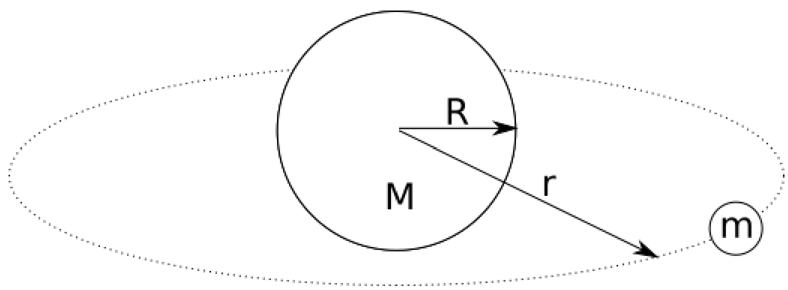
FIN

Examen de Admisión UNACH.

Profesor Jorge Mastache
Mecánica Clásica

28 de Agosto de 2017

Problema 1. Órbita planetaria. Un pequeño planeta de masa m está en una órbita circular de radio r alrededor de una estrella de masa M ($M \gg m$) y radio R en espacio (sin fricción) (asume $M \gg m$ así que la estrella es inmóvil).



A Determine la energía potencial $U(r)$, la energía cinética $K(r)$ y la energía mecánica total $E(r)$ del planeta en términos de G, M y r suponiendo que $U \to 0$ cuando $r \to \infty$.

B Determine la cantidad de energía mecánica mínima que debe ser añadida al planeta para hacer que escape de la estrella (es decir, $r \to \infty$). ¿Qué factor debe aumentar la velocidad del planeta para que escape?

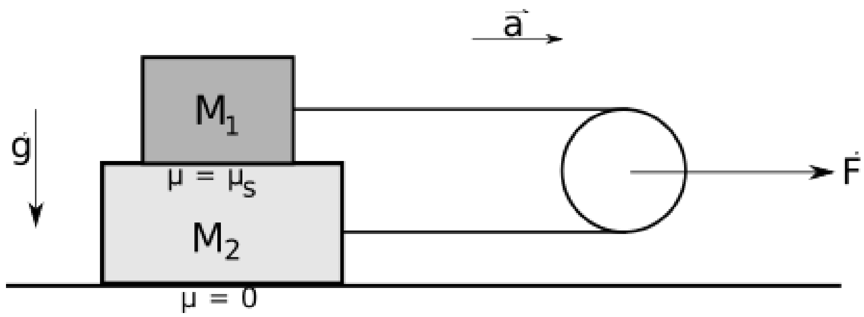
C Supongamos ahora que el planeta pierde energía debido a una fuerza viscosa de la forma

$$\vec{F} = -\frac{1}{2} m v^3 \hat{v} \tag{1}$$

donde $\hat{v}$ es la dirección de movimiento. Calcule la pérdida de energía mecánica en un período orbital en términos de G, M y r. Asume que esta pérdida es lo suficientemente pequeña como para que ni el radio orbital ni la velocidad del planeta cambien apreciablemente en un ciclo.

D A partir del inciso C, calcule el cambio en el radio del planeta en un orbital debido a la fuerza viscosa y su correspondiente velocidad radial en base a las suposiciones anteriores, en términos de G, M y r. ¿Cae el planeta en la estrella o se aleja de ella?

Problema 2. Dos bloques de masas M_1 y M_2 ($M_2 > M_1$) se apilan uno encima del otro y el sistema completa se encuentra en reposo sobre una superficie sin fricción. Las masas están conectadas por una cuerda sin masa que pasa por una polea ideal (también sin masa). El coeficiente de fricción estática y cinética entre la superficie de los bloques es la misma μ_s. La polea es acelerada hacia la derecha por una fuerza F, resultando en una aceleración de la polea de a. Asuma que la aceleración de la gravedad es g.



A Dibuje el diagramas de fuerza para cada uno de los bloques y la polea, indicando claramente todas las fuerzas horizontales y verticales que actúan sobre ellas.

B Si los bloques no se deslizan entre sí, ¿cuál es su aceleración?

C Suponga que los bloques se deslizan entre sí. Determine la aceleración horizontal de cada bloque en función de los parámetros especificados anteriormente (M_1, M_2, μ_s, g, a y F). ¿Qué bloque tiene una mayor aceleración? haga los cálculos en base a un marco de referencia inercial.

D ¿Cuál es la fuerza mínima F requerida para hacer que un bloque se deslice relativa a la otra?

Problema 3. Una partícula se mueve en un plano (con coordenadas r, θ) bajo la influencia de una fuerza central con magnitud

$$F = \frac{1}{r^2}\left(1 - \dot{r}^2 - 2r\ddot{r}\right), \tag{2}$$

donde r es la distancia de la partícula al centro de la fuerza.

A Encuentre el Lagrangiano y las ecuaciones ecuaciones de movimiento que resulta de aplicar tal fuerza.

B (Puntos extras) ¿Existen cantidades conservadas? Justifique su respuesta.

Examen de Admisión
Maestría en Ciencias Físicas
UNACH 2017
Métodos Matemáticos

Importante: *Indicaciones para el examen*:

- *No* puedes usar tu celular; se recomienda que lo apagues durante el examen.
- Cualquier respuesta no justificada correctamente se contará como errónea.
- Duración del examen: 2hrs.

1. Verifica las siguientes identidades vectoriales:

$$a)\quad \mathbf{A}\times(\nabla\times\mathbf{A}) = \frac{1}{2}\nabla(A^2) - (\mathbf{A}\cdot\nabla)\mathbf{A}, \tag{1}$$

$$b)\quad \nabla\times(\nabla\times\mathbf{V}) = \nabla\nabla\cdot\mathbf{V} - \nabla\cdot\nabla\mathbf{V}. \tag{2}$$

2. Encontrar los valores propios y vectores propios de la siguiente matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \tag{3}$$

3. La ecuación de Bernoulli

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + f(x)y = g(x)y^n \tag{4}$$

es una ecuación diferencial no lineal para $n \neq 0$ ó 1. Mostrar que la sustitución $u = y^{1-n}$ reduce la ecuación de Bernoulli a una ecuación diferencial lineal.

4. Una onda de diente de sierra está dada por la expresión

$$f(x) = x, \qquad -\pi < x < \pi. \tag{5}$$

Mostrar por serie de Fourier que

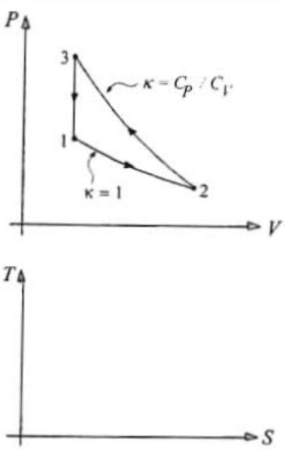
$$f(x) = 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin nx. \tag{6}$$

Examen para admisión a la maestría 2017, UNACH de termodinámica

Nombre:

Fecha:

1.- Un gas ideal experimenta los cambios politrópicos representados en el plano VP a) Ilustrar el ciclo en el plano ST, b) Escribir el signo correspondiente (<, =, <) entre cada pareja de variables, c) marcar con una x las relaciones correctas. Justifique sus respuestas.



a)

T_1 T_3	P_1 P_2	V_1 V_3	S_1 S_2
T_2 T_1	P_3 P_1	V_2 V_3	S_3 S_1
T_3 T_2	P_2 P_3	V_3 V_2	S_2 S_3

b)

(c)

$\Delta U_{1\rightarrow 2} > W_{1\rightarrow 2}$	☐	$Q_{3\rightarrow 1} < 0$	☐
$\Delta U_{2\rightarrow 3} > 0$	☐	$Q_{neto} < 0$	☐
$W_{1\rightarrow 2} > 0$	☐	$\Delta S_{2\rightarrow 3} > 0$	☐

2.- Calcúlese el coeficiente de expansión térmica y el coeficiente de compresibilidad de un gas de Berthelot

$$\left(p + \frac{a}{TV^2}\right)(V - b) = RT$$

3.- Demostrar que $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P$